ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

oOo

NGUYỄN NGỌC PHƯƠNG

NGUYÊN LÝ TỰA ĐỘ LỆCH SUY RỘNG TRONG HIỆU CHỈNH HỆ PHƯƠNG TRÌNH TOÁN TỬ

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN, 5/2017

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC

———————o0o———————

NGUYỄN NGỌC PHƯƠNG

NGUYÊN LÝ TỰA ĐỘ LỆCH SUY RỘNG TRONG HIỆU CHỈNH HỆ PHƯƠNG TRÌNH TOÁN TỬ

Chuyên ngành: Toán ứng dụng
Mã số: 60 46 01 12

LUẬN VĂN THẠC SĨ TOÁN HỌC

GIÁO VIÊN HƯỚNG DẪN
PGS.TS. NGUYỄN THỊ THU THỦY

THÁI NGUYÊN, 5/2017

Mục lục

Lời cảm ơn

Luận văn được hoàn thành tại trường Đại học Khoa học–Đại học Thái Nguyên dưới sự hướng dẫn tận tình của PGS.TS. Nguyễn Thị Thu Thủy. Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới Cô.

Trong quá trình học tập và nghiên cứu tại trường Đại học Khoa học–Đại học Thái Nguyên tác giả luôn nhận được sự quan tâm giúp đỡ và động viên của các thầy cô giáo của khoa Toán–Tin và các thầy cô giáo trong trường. Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới các thầy cô.

Tác giả xin chân thành cảm ơn Ban Giám hiệu trường Trung học phổ thông Nhã Nam – Huyện Tân Yên – Tỉnh Bắc Giang và các anh chị em đồng nghiệp đã tạo điều kiện tốt nhất cho tác giả trong thời gian đi học Cao học.

Xin cảm ơn các anh chị em học viên lớp cao học K9C và bạn bè đồng nghiệp đã trao đổi, động viên và khích lệ tác giả trong quá trình học tập và làm luận văn tại trường Đại học Khoa học–Đại học Thái Nguyên.

Thái Nguyên, tháng 5 năm 2017

Tác giả luận văn

Nguyễn Ngọc Phương

Bảng ký hiệu

$\mathbb{R}$	tập hợp số thực
H	không gian Hilbert thực
E	không gian Banach
E^*	không gian đối ngẫu của E
$L_p[a,b],\ 1 < p < \infty$	không gian các hàm khả tích bậc p trên đoạn $[a,b]$
$l_p,\ 1 < p < \infty$	không gian các dãy số khả tổng bậc p
$\emptyset$	tập rỗng
$\forall x$	với mọi x
$\mathcal{D}(A)$	miền xác định của toán tử A
$\mathcal{R}(A)$	miền ảnh của toán tử A
I	toán tử đồng nhất
$x_n \to x_0$	dãy $\{x_n\}$ hội tụ mạnh về x_0
$x_n \rightharpoonup x_0$	dãy $\{x_n\}$ hội tụ yếu về x_0
J^s	ánh xạ đối ngẫu tổng quát
J	ánh xạ đối ngẫu chuẩn tắc
j	ánh xạ đối ngẫu chuẩn tắc đơn trị

Mở đầu

Nhiều vấn đề của khoa học, công nghệ và kinh tế … dẫn đến việc giải các bài toán mà nghiệm của chúng không ổn định theo dữ kiện ban đầu, tức là có một thay đổi nhỏ của các dữ liệu đầu vào có thể dẫn đến sự sai khác rất lớn của nghiệm, thậm chí làm cho bài toán trở lên vô nghiệm hoặc vô định. Người ta nói những bài toán đó đặt không chỉnh.

Khái niệm bài toán đặt chỉnh và đặt không chỉnh được J. Hadamard đưa ra vào đầu thế kỷ XX khi nghiên cứu các điều kiện biên lên nghiệm của các phương trình eliptic cũng như parabolic (xem [6] và tài liệu trích dẫn).

Lý thuyết bài toán đặt không chỉnh đã được các nhà toán học hàng đầu thế giới đặt nền móng cho việc nghiên cứu như: V.K. Ivanov, M.M. Lavrentev, A.N. Tikhonov…. Gần đây, do tầm quan trọng trong ứng dụng mà lớp bài toán này được nhiều nhà toán học trong và ngoài nước quan tâm nghiên cứu như: Ya.I. Alber, A.B. Bakushinsky, P.K. Anh, Đ.Đ. Áng, Ng. Bường, Đ.N. Hào …

Để giải lớp bài toán này ta phải sử dụng các phương pháp giải ổn định, sao cho khi sai số của các dữ kiện đầu vào càng nhỏ thì nghiệm xấp xỉ tìm được càng gần với nghiệm đúng của bài toán ban đầu. Các phương pháp giải bài toán đặt không chỉnh khi biết thêm thông tin định tính về nghiệm là: phương pháp chọn, phương pháp tựa nghiệm, phương pháp sử dụng phương trình xấp xỉ. Trong trường hợp tổng quát khi không biết thêm thông tin về nghiệm, ta có thể sử dụng phương pháp hiệu chỉnh do A.N.

Tikhonov đề xuất, dựa trên việc xây dựng toán tử hiệu chỉnh và cách chọn giá trị của một tham số mới đưa vào.

Năm 1963 A.N. Tikhonov (xem [15]) đã đưa ra phương pháp hiệu chỉnh cho phương trình toán tử đặt không chỉnh

$$A(x) = f, \tag{1}$$

với $A : H \to H$ là toán tử liên tục và đóng yếu trong không gian Hilbert thực H.

Năm 1966 F. Browder (xem [11]) đã đưa ra một dạng khác của phương pháp hiệu chỉnh Tikhonov, được gọi là phương pháp hiệu chỉnh Browder–Tikhonov, với A là toán tử phi tuyến đơn điệu từ không gian Banach E vào E^*, ở đây E^* là không gian liên hợp của E. Tư tưởng của phương pháp là sử dụng toán tử $M : E \to E^*$ có tính chất *hemi*-liên tục và đơn điệu mạnh làm thành phần hiệu chỉnh. J^s, ánh xạ đối ngẫu tổng quát của E, là một toán tử có tính chất như vậy. Ya.I. Alber (xem [5]) sử dụng ánh xạ này để xây dựng phương trình hiệu chỉnh

$$A^h(x) + \alpha J^s(x - x_*) = f^\delta, \tag{2}$$

cho bài toán (1), ở đây A^h là xấp xỉ của A, f^δ là xấp xỉ của f, x_* là phần tử cho trước thuộc E và α là tham số mới đưa vào.

Một trong các mở rộng của bài toán (1) là bài toán tìm nghiệm của hệ phương trình toán tử đặt không chỉnh

$$A_i(x) = f_i, \quad i = 0, 1, \dots, N, \tag{3}$$

ở đây, $A_i : E \to E^*$ là các toán tử đơn điệu, đơn trị và $f_i \in E^*$. Năm 2006, Ng. Bường (xem [9]) đã kết hợp các phương trình hiệu chỉnh dạng (2) để hiệu chỉnh cho hệ phương trình (3) trong trường hợp vế phải $f_i = 0$ trên cơ sở xây dựng phương trình phụ thuộc tham số

$$\begin{gathered} \sum_{i=0}^{N} \alpha^{\mu_i} A_i^h(x) + \alpha J(x) = 0 \\ \mu_0 = 0 < \mu_i < \mu_{i+1} < 1, \quad i = 1, 2, ..., N-1, \end{gathered} \tag{4}$$

ở đây A_i^h là xấp xỉ của A_i, α là tham số hiệu chỉnh, J là ánh xạ đối ngẫu chuẩn tắc của E, h là sai số cho trước.

Tham số hiệu chỉnh có thể được chọn tiên nghiệm hoặc hậu nghiệm. Năm 2006, Ng. Bường (xem [9]) đã sử dụng nguyên lý độ lệch suy rộng để chọn tham số hiệu chỉnh cho phương trình (4). Tham số hiệu chỉnh α phụ thuộc vào h được xác định từ phương trình:

$$\rho(\alpha) = h^p \alpha^{-q}, \quad p, q > 0,$$

ở đây $\rho(\alpha) = \alpha(a_0 + \|x_\alpha^h\|)$, với mỗi $h > 0$, a_0 là hằng số dương cho trước, x_α^h là nghiệm của (4) phụ thuộc liên tục vào $\alpha \in (0, \alpha_0]$, $\alpha_0 > 0$.

Mục đích của luận văn là trình bày phương pháp chọn tham số hiệu chỉnh theo nguyên lý tựa độ lệch suy rộng cho hiệu chỉnh hệ phương trình toán tử (3), nghiên cứu sự hội tụ và đánh giá tốc độ hội tụ của nghiệm hiệu chỉnh dựa trên cách chọn tham số hiệu chỉnh này trên cơ sở bài báo [10] của Nguyễn Bường và các đồng tác giả công bố năm 2015.

Nội dung của luận văn, ngoài phần mở đầu, kết luận và tài liệu tham khảo gồm có 2 chương. Chương 1 giới thiệu hệ phương trình toán tử đặt không chỉnh và phương pháp hiệu chỉnh hệ phương trình toán tử đơn điệu trong không gian Banach. Chương 2 trình bày nguyên lý tựa độ lệch suy rộng chọn tham số hiệu chỉnh, đánh giá tốc độ hội tụ của nghiệm hiệu chỉnh và giới thiệu ví dụ minh họa cho sự hội tụ của phương pháp hiệu chỉnh với tham số hiệu chỉnh chọn tiên nghiệm.

Chương 1

Hiệu chỉnh hệ phương trình toán tử đơn điệu

Chương này giới thiệu về hệ phương trình toán tử đơn điệu đặt không chỉnh trong không gian Banach và phương pháp hiệu chỉnh hệ phương trình toán tử đơn điệu. Nội dung của chương được trình bày trong 3 mục. Mục 1.1 giới thiệu về hệ phương trình toán tử đơn điệu. Mục 1.2 trình bày khái niệm và ví dụ về bài toán đặt không chỉnh. Mục 1.3 trình bày phương pháp hiệu chỉnh hệ phương trình toán tử đơn điệu đặt không chỉnh. Các kiến thức của chương này được tham khảo từ các tài liệu [1]–[4], [6], [7], [9]–[12] và [16].

1.1 Hệ phương trình toán tử trong không gian Banach

Để chuẩn bị cho việc trình bày phương pháp hiệu chỉnh hệ phương trình toán tử đơn điệu đặt không chỉnh trong không gian Banach ở mục sau, mục này giới thiệu định nghĩa, ví dụ và một số tính chất hình học của không gian Banach, không gian Hilbert; định nghĩa, ví dụ và một số tính chất của ánh xạ đối ngẫu chuẩn tắc, toán tử đơn điệu, toán tử đơn điệu mạnh, toán tử ngược đơn điệu mạnh trong không gian Banach. Phần cuối giới thiệu về hệ phương trình toán tử đơn điệu.